Ex8 :

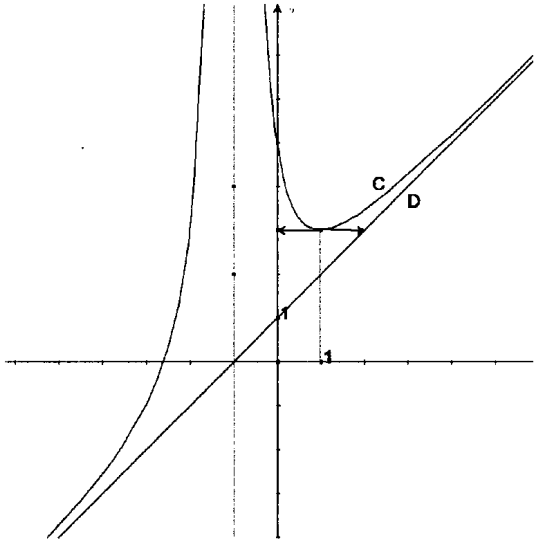
$$f(x)=\frac{x^3+3x^2+3x+5}{(x+1)^2} \qquad x\neq -1$$

1) $f(x)=\dfrac{(x^3+3x^2+3x+1)+4}{(x+1)^2}=\dfrac{(x+1)^3+4}{(x+1)^2}=x+1+\dfrac{4}{(x+1)^2}$ (a=1 ; b=1 ; c=4)

2) $f'(x)=1-\dfrac{8}{(x+1)^3}=\dfrac{(x+1)^3-8}{(x+1)^3}=\dfrac{(x-1)(x^2+4x+7)}{(x+1)^3}$

$x^2+4x+7>0$ (car $\Delta<0$) $\Rightarrow$ le signe de f'(x) est celui de $\dfrac{x-1}{x+1}$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
f'(x)	+		‖	-	0	+	
f(x)	$-\infty$ ↗		$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

3) a) $\lim\limits_{x\to\infty}[f(x)-(x+1)]=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4}{(x+2)^2}=0$ d'où D :y=x+1 est une asymptote à (C) au voisinage de $(\pm\infty)$

b) $f(x)-(x+1)=\dfrac{4}{(x+1)^2}>0$ $\Rightarrow$ (C) est au dessus de D